

300 припремних задатака
за јуниорске математичке олимпијаде
ИСКУСТВО СРБИЈЕ

Ђорђе Баралић

Матица српска - Друштво чланова у Црној Гори
Одјељење природних наука

Посебна издања
Књига 1

Борђе Баралић
300 припремних задатака за јуниорске математичке олимпијаде
Искусство Србије

Уредник
Владимир Пешић

Никшић 2012

Предговор

Збирка 300 припремних задатака за јуниорске математичке олимпијаде - *Искусство Србије* представља десетогодишњи рад аутора, најпре као такмичара екипе СР Југославије, а затим као дугогодишњег предавача на припремама и вође екипе Србије на ЈБМО-у у периоду од (2006 – 2011). Она је плод једног великог ентузијазма и жеље да се генерацијама које долазе и свима које раде са талентима пружи књига којом ће пре свега још више заволети математику, што боље се припремити за најпрестижнију математичку олимпијаду за узраст до 15.5 година на свету и омогућити (до сада) најквалитетнији увид у задатке који су предлагани за ЈБМО и који су се појављивали на националним изборима екипа за ЈБМО у земљама Балкана.

Свакако да су највећа инспирација за ову књигу били најпре они који су мене научили првим корацима у математици, Зоран Васиљевић - Гуки и др Бранислав Поповић, у Математичкој радионици младих у Крагујевцу, а потом многи ђаци који су представљали не само Србију, већ и Црну Гору, Босну и Херцеговину, Македонију . . . на ЈБМО-у, као што су Теодор, Игор, Бојан, Стефан, Лука, Гаја, Милена, Милица, Дејан . . . ЈБМО по искуству многих представља најлепше математичко такмичење, вероватно што је за многе прво учешће на једном великом математичком догађају и први сусрет са иностранством. Кроз ЈБМО Балкан већ 15 година показује оно најлепше од себе, на шта са правом може да буде поносан, јер једини у Европи и свету има такмичење овог вида за јуниоре. Но, такмичења су само припрема за једно садржајније бављење математиком у животу и на њему нису посебне медаље, већ пријатељства која се стварају и људи, као што су за мене Цаки, Здравко, Милана, Бобо, Ведад, Борис, Зоки, Пецо, . . .

Књига је замишљена да својом структуром и садржајем надмаши све што је до сада писано у вези са такмичењима за овај узраст и да суштински донесе нови квалитет у литератури за такмичења на овим просторима. Организована је у три велике целине. Прву чине задаци, другу чине краћа упутства за решавање или главне идеје у задацима (популарни hint-ови), а трећу чине комплетна и веома детаљна решења.

Задаци су подељени на четири групе: алгебру, теорију бројева, геометрију и комбинаторику, јер се тако категоризују и предлози за ЈБМО (ЈБМО Shortlist). Испод сваког задатка дато је и такмичење на којем се појавио, као и земља где се одиграло, односно међународно такмичење ако није реч о националној олимпијади. У свакој групи је по 75 задатака, који су сви ранга ЈБМО-а (или више) који су по ауторовом утиску поређани по тежини, с тим што се од овог правила одступало увек када се једна идеја провлачила кроз неколико задатака да би ти задаци били један до другог у збирци. Задаци су апсолутно покрили градиво које се усталило као градиво за ЈБМО и националне изборе екипа, а на многим местима је кроз решења задатака део градива за ЈБМО који излази из редовних школа обрађен.

Целина коју чине кратка упутства за решавање је новина у литератури за такмичења

на нашим просторима. Њен циљ је да помогне пре свега ученицима да се боље припреме и стекну самопоуздање, пошто је већина задатака у књизи за овај узраст тешка и мала помоћ често може да усмери решаваоца у правом смеру (user friendly). Зато је пре читања комплетног решења добронамеран савет да се покуша са сугестијама садржаним у овом делу.

Обимом и садржајем је свакако највећа целина она у којој су изложена решења задатака. Често су дати и по неколико идејно различитих решења за исти задатак, како би се показало да у математици постоји више путева који воде циљу. Аутор се трудио да уђе у што више детаља како би решење било што јасније и како би се стекао увид како решење треба написати. Искрено се надам да ће огроман труд у цртању скица и решавању задатака довести до тога да ова збирка буде радо решавана и читана.

На крају морам да се захвалим мојим пријатељима и ђацима које су неке делове ове збирке читали у њеном настајању и давали своје сугестије да буде боља, а то су Раде Живаљевић, Марија С. Јелић, Здравко Цветковски, Игор Спасојевић, Душко Јокановић, Богдана Јелић, Анђела Шарковић, Милош Ђорић, Исајло Дондић, Ђорђе Жикелић, Бранко Грбић и породица Хајдин. Посебно желим да нагласим да је овде уграђено дивно време проведено у раду са ученицима и колегама у Крагујевцу и Математичкој гимназији у Београду. Велики подстицај да на овој збирци радим долазио је од мог заменика на ЈБМО-у (најбољег deputy leader-a), Славољуба Цакија Милосављевића.

Свој печат овој књизи дале су две моје изузетне колегинице и пријатељи, Мирјана Катић и Милана Попржен, особе које су синоним за рад са талентима на овим просторима. Оне су прочитале овај рукопис и својом рецензијом још више подигле његов квалитет. Но, од издавања ове књиге ништа на крају не би било (бар не у скором периоду) да није било мог драгог друга Влада Божовића који је омогућио да она угледа светлост дана и Матице српске - Друштва чланова у Црној Гори. На овај начин ова књига је постала заједнички пројекат који је ујединио људе који раде са децом из свих крајева у којем српски народ живи - Србије, Црне Горе и Републике Српске. Ту идеју водиљу је Душан Живаљевић преточио у уметничко дело које краси насловну страну ове збирке.

Али, ничега не би било да у протеклим годинама огромну љубав и подршку нисам имао од своје мајке. Борба и одрицање ове дивне жене учинила је и да настане ово дело. Зато мама ово посвећујем теби. ХВАЛА ТИ ЗА СВЕ!

Ђорђе Баралић

Садржај

Предговор	a
1 Задаци	1
1.1 Алгебра	1
1.2 Теорија бројева	12
1.3 Геометрија	21
1.4 Комбинаторика	31
2 Упутства	41
2.1 Алгебра	41
2.2 Теорија бројева	45
2.3 Геометрија	48
2.4 Комбинаторика	52
3 Решења	57
3.1 Алгебра	57
3.2 Теорија бројева	97
3.3 Геометрија	140
3.4 Комбинаторика	198
Литература	235